**Задача**\*.

Тело брошено под углом к горизонту с начальной скоростью . На примерах исследовать явление.

**Решение**.

**Уравнение траектории**. Естественно выбрать систему координат так, чтобы при разложении векторов часть их компонент обнулилась. Например, выбрав ось **,** мы получим .

Это парабола (уравнение вида ).

**Дальность полета S**. Без ущерба можно положить , разместив начало координат в точке броска.

В точке падения , поэтому

Это и есть дальность полета.

**Время полета T**.

Можно это вычислить иначе, заметив, что наверху . Тогда из проекции уравнения легко получается, что

Кроме того, можно вновь посчитать дальность полета.

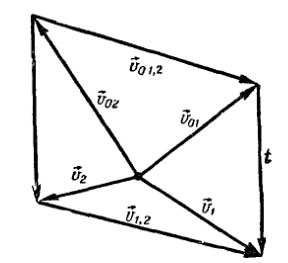
**Высота полета H**. Очевидно, ввиду симметрии параболы, она достигается в момент времени

Это можно получить из энергетических соображений.

**Угол, при котором дальность максимальна**.

**Угол, при котором время полета максимально**.

**Задача**. Два тела брошены одновременно из некоторой точки. Найти уравнение их относительного движения.

**Решение**.

Для каждого из тел можем написать

Вычитая одно из другого, находим

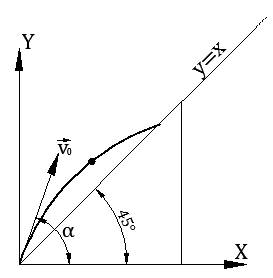
Поскольку , получаем, что тела двигаются относительно друг друга прямолинейно! Но, кроме того

Это означает, что тела двигаются относительно друг друга равномерно.

Нужно понимать, что сказанное справедливо до тех пор, пока не произошло падение одного из тел (скорость, по абсолютному значению, стала нулевой).

**Упражнение**. Теперь, глядя на траектории тел, брошенных из одной точки под углом горизонту, попробуйте сказать, какое из тел упадет первым и где примерно окажется второе тело в момент падения первого.

**Задача \***. Тело брошено у подножия горы (рис). Найти угол броска, при котором тело улетело бы как можно дальше.

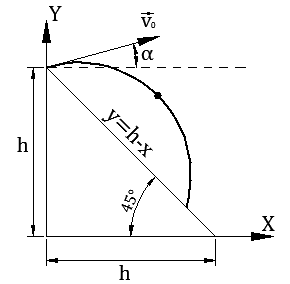
**Решение**. Траектория пересекает гору (т.е. линию ) в двух точках: . Воспользуемся этим.

Тогда уравнение траектории

В точке падения

Для , поэтому . Тогда

**Задача \***. Тело брошено со склона (рис.). Найти угол броска, при котором тело улетело бы как можно дальше.

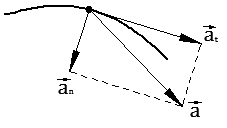
**Решение**

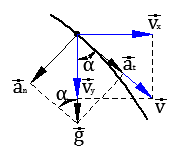
Рассуждаем аналогично. Уравнение склона: . Начало отсчета: . Уравнение траектории

В точке падения

Нетрудно убедиться, что максимальное значение будет для угла .

**Задача \***. Тело брошено под углом к горизонту. Найти нормальное и тангенциальное ускорение и радиус кривизны в точке.

**Решение**. Нормальное и тангенциальное ускорения получаются при разложении обычного ускорения на два вектора – касательный к траектории и нормальный в той же точке (рис). В свободном полете, когда на тело кроме силы тяжести ничего не действует , т.е. . Это заметно упрощает задачу.

Из второго рисунка можно увидеть, что

Осталось найти и . Пусть - угол, под которым тело запущено вдоль горизонта. Тогда можем написать :

Радиус кривизны, выраженный через нормальное ускорение

\*\* Радиус кривизны в общем случае

И вновь приходим к предыдущей формуле.